****

إجـــــــــــــــــــابة السبت 2013/6/8

السؤال الأول

*ماالمقصود بعلاقة التكافؤ واذا كانت ρ علاقة علي الاعداد الصحيحة Z معرفة كالآتي

$$\rho = \{(n,m) \in Z \times Z : (n-m)/4 \in Z\}$$

أثبت أن ρ علاقة تكافؤ علي Z وأوجد الفصول التكافئية لهذه العلاقة

الحـــــــــــــــــــل:

1) (n-n)/4 = 0 Є Z i.e ρ reflexive .

2) foe all (n,m) in ρ then (n-m)/4 in Z

then (m-n)/4 = -(n-m)/6 in Z i.e ρ symmetric .

3) (n,m) in ρ and (m,l) in ρ نفرض أن

then (n-m)/4 in Z and(m-l)/4 in Z

i.e (n-m)/4 + (m-l)/4 = (n-l)/4 in Z

then ρ transitive

من 1 , 2 , 3 تكون العلاقة علاقة تكافؤ

وتكون فصول التكافؤ هي:

[0] = { …, -12, -6, 0, 6, 12, ,,, }

[1] = { …, -11, -5, 1, 7, 13 …}

[2] = { …, -10, -4, 2, 8, 14, …}

[3] = { …, -9, -3, 3, 9, 15, …}

[4] = [0] = [8] = ….

[5] = [1] = [9] = ….

*إذا كانت ρ علاقة تكافؤ علي المجموعة X فأثبت أن

i) $a \in [a]$, $\forall\ a \in X$

ii) $[x]=[y] \iff x\ \rho\ y$

iii) $[x] \neq [y] \rightarrow [x] \cap [y] = \varphi$

الحـــــــــــــــــــــــل:

i) ρ reflexive i.e $a\ \rho\ a$ i.e $a \in [a]$

ii) let $[x]=[y]$, $x \in [x]$ i.e $x \in [y]$ i.e $x\ \rho\ y$

$x\ \rho\ y$ let $b \in [x]$ i.e $b\ \rho\ x$

$x\ \rho\ y$ i.e $b\ \rho\ y$ i.e $b \in [y]$

i.e [x] subset from [y] .

بالمثل يمكن اثبات أن : [y] subset from [x]

السؤال الثاني

* إذا كانت $h: N \rightarrow N^*$ حيث $h(x)=(1+2x)$ راسما أثبت أنه راسم أحادي وليس غامر.

الحـــــــــــــــــــــــل:

i) let $f(x_1) = f(x_2)$

$2x_1 + 1 = 2x_2 + 1$ i.e $x_1 = x_2$

i.e f 1-1

ii) $f(0) = 1,\ f(1) = 3,\ f(2) = 5,\ f(3) = 7, \ldots$

i.e f not onto.

* إذا كان الراسم $f: S \rightarrow S$ وكان $i: S \rightarrow S$ راسم التساوي المعرف بالقاعدة $i(x) = x$ لكل $x \in S$ أثبت أن $foi = f = iof$

الحـــــــــــــــــــــــل:

$(foi)(x) = f(i(x)) = f(x)$

$$(iof)\ (x) = i(f(x)) = f(x)$$
i.e $foi = f = iof$

السؤال الثالث

* عرف علاقة الترتيب الجزئي و الكلي

الحـــــــــــــــــــل:

تسمي العلاقة علاقة ترتيب جزئيعلي أي مجموعة إذا كانت العلاقة إنعكاسية وتخالفية ومتعدية , وتسمي علاقة ترتيب كلي إذا كانت علاقة ترتيب جزئي ومترابطة.

* إرسم شكلا يحتوي أربعة رؤوس وتسعة حواف ثم ضعه في مصفوفة.

الحـــــــــــــــــــل: كل أحد يرسم حسب تصوره وليس شرطا الإرتباط بالرسم الذي بالمثال.

المثال بالكتاب المقرر صـــــ17 الباب الأخير.

* عرف؛ الشكل المنتظم - شكل الشجرة - المسار.

الحـــــــــــــــــــل:

الشكل المنتظم الذي كل زواياه الداخلية متساوية – شكل الشجرة يتكون من أصل وفروع وأغصان وأوراق والتفرع بالرتيب – المسار هو الإنتقال من رأس إلي أخري عبر رؤوس أخري دون تكرار.

السؤال الرابع

* إذاكان $f: R \rightarrow R$ حيث $f(x) = x^3 + 2$ إبحث ماإذا كان f راسم تقابل وإذاكان فأوجد معكوسه.

الحـــــــــــــــــــل:

أولا نثبت أنه راسم تقابل

let $f(x_1) = f(x_2)$

$x_1^3 + 2 = x_2^3 + 2$

i.e $x_1^3 = x_2^3$ i.e $x_1 = x_2$

i.e f 1-1

لإثبات أنه غامر

$Y= x^3 +2$ i.e $x = (y-2)^{1/3}$

موجود في الأعداد الحقيقية

إذا الراسم غامر

والراسم العكسي هو

$$f^{-1}(x) = (y-2)^{1/3}.$$

* باستخدام الرسم الموجه إرسم العلاقة الآتية:

$$R=\{(1,2),(2,1),(2,3),(3,3)\}$$

الحـــــــــــــــــــل:

المثال بالكتاب المقرر صـــــــ41

مع أطيب التمنيات

د/أحمد عبدالخالق محمدعبدالله- كلية العلوم – قسم الرياضيات.